

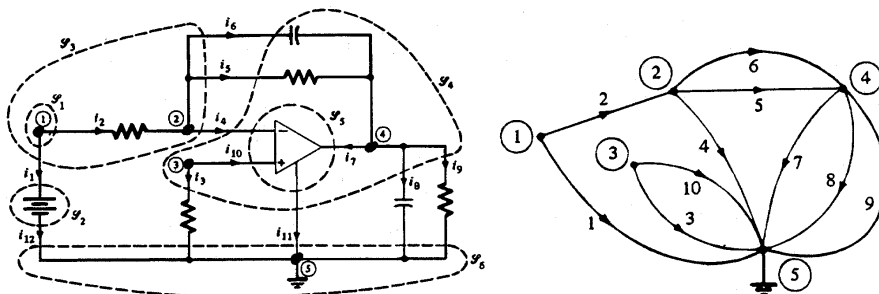
Netzwerkanalyse

Einteilung der Netzwerke

- **lineare resistive Netzwerke (linear time-invariant circuits):** Das Netzwerk hängt nicht von der betrachteten Zeit ab. Sie ist zeitunabhängig. Das Strom-Spannungsverhältnis ist linear: $U = RI$ $R = const.$ bzw. $I = GU$ $G = const.$
- **nicht-lineare resistive Netzwerke (non-linear time-invariant circuits):** Das Netzwerk hängt nicht von der betrachteten Zeit ab. Sie ist zeitunabhängig. Das Strom-Spannungsverhältnis ist nicht linear.
- **lineare dynamische Netzwerke (time-variant dynamic circuits):** Ein Netzwerk beinhaltet zeitabhängige Glieder. Das Ladung-Spannungsverhältnis sowie das Verhältnis Stromfluss zu magnetischem Fluss sind linear: $Q = CU$ $C = const.$ $\phi = LI$ $L = const.$
- **Nicht-lineare dynamische Netzwerke (time-invariant dynamic circuits):** Ein Netzwerk beinhaltet zeitabhängige Glieder. Das Ladung-Spannungsverhältnis sowie das Verhältnis Stromfluss zu magnetischem Fluss sind nicht linear.
- **konzentrierte Netzwerke (lumped network):** Die räumliche Ausdehnung D des Bauelements und des Netzwerks ist viel kleiner als die Elektromagnetische Wellenlänge γ des elektromagnetischen Feldes der Signale. In konzentrischen Schaltungen spielen Ausbreitungseffekte keine Rolle. Die Kirchhoff'schen Strom- und Spannungsgesetze gelten nur in diesem Fall.

Digraph eines Netzwerks

Ersetzen wir die Elemente in den Zweigen eines Netzwerks durch die Digraphen der Elemente (gerichteter Graph), so entsteht der Digraph eines Netzwerks.



Folgendes ist bei der Ersetzung zu beachten:

- Ideale Strom- und Spannungsquellen werden zusammen mit ihren Innenwiderständen bzw. Innenleitwerte ersetzt.
- Gesteuerte Strom- und Spannungsquellen werden auch eingezeichnet.

Vorgehen:

- Knoten nummerieren.
- Referenzknoten bestimmen.
- Gerichtete Graphen einzeichnen. → Die Stromrichtung bestimmt die Richtung des Graphen.

Kirchhoff'sches Stromgesetz (Kirchhoff Current Law, KCL)

Die Summe der elektrischen Ströme in einem konzentrierten Netzwerk, die in einen elementaren oder zusammengesetzten Knoten fließen ist zu jeder Zeit t null.

$$\sum i_k(t) = 0$$

geschlossene Oberfläche

Tellegen's Theorem

Die Summe der Leistungen, die in den Zweigen eines Netzwerkes verbraucht oder erzeugt wird, ist gleich null.

$$\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{i} = \sum_{k=1}^b v_k \cdot i_k = 0$$

Kirchhoff'sches Spannungsgesetz (Kirchhoff Voltage Law, KVL)

Entlang einer beliebigen geschlossenen Knotenfolge (Masche, Kreis) ist zu allen Zeiten t bei einem Netzwerk mit konzentrierten Elementen die Summe der durchlaufenen Zweigspannungen v_k gleich 0.

$$\sum v_k(t) = 0$$

geschlossene Knotenfolge

Eigenschaften von linearen und dynamischen Netzwerken

- **Superpositionsgesetz (Überlagerungsgesetz):**

Die Auswirkung aller unabhängigen Quellen in einem linearen Netzwerk lässt sich als die Summe der Auswirkung jeder einzelnen Quelle - wenn alle andern Quellen den Wert null aufweisen - ermitteln.

- **Thevenin-Norton-Äquivalenz:**

Jede reale Stromquelle lässt sich in eine reale Spannungsquelle umwandeln und umgekehrt. Dies gilt aber nicht für ideale Quellen. Es gilt:

$$U_q = -I_q \cdot R \quad \text{Théveninäquivalent} \quad I_q = -\frac{U_q}{R} \quad \text{Nortonäquivalent}$$

- **Substitutionstheorem:**

Ein komplexes nichtlineares zeitvariantes Netzwerk kann durch Aufteilung in Subnetzwerke wesentlich vereinfacht werden. Unter Voraussetzung der Eindeutigkeit der Lösung kann ein Netzwerk in zwei Netzwerke unterteilt werden, sodass gilt:

→ Das Netzwerk A kann durch eine ideale Spannungsquelle $v(t)$ ersetzt werden, ohne dass sich die Ströme und Spannungen im Netzwerk B ändern.

→ Das Netzwerk A kann durch eine ideale Stromquelle $i(t)$ ersetzt werden, ohne dass sich die Ströme und Spannungen im Netzwerk B ändern.

Tableau-Analyse

Da die Knotenpotentialmethode nur mit Hilfe einer Modifizierung für bestimmte Netzwerkelemente ihre Gültigkeit hat, wurde nach einer Universalmethode gesucht, mit deren Hilfe man fast alle Netzwerkelemente uneingeschränkt integrieren kann. Somit lässt sich jedes Netzwerk mit Hilfe einer derartigen Analyse bestimmen. Dies geschieht mit Hilfe der Tableau-Analyse. Allerdings muss man einen erheblichen Mehrwert an Netzwerkgleichungen in Kauf nehmen.

Die Tableau-Analyse besteht aus drei Matrizengleichungen:

▪ KCL:	$\mathbf{A} \mathbf{i}(t) = \mathbf{0}$
▪ KVL:	$\mathbf{v}(t) - \mathbf{A}^T \mathbf{e} = \mathbf{0}$
▪ Zweiggleichungen:	$\mathbf{M} \mathbf{v}(t) + \mathbf{N} \mathbf{i}(t) = \mathbf{u}_s(t)$

Diese Gleichungen werden in der Tableau-Matrix-Schreibweise zusammengefasst:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & A \\ -A^T & 1 & 0 \\ 0 & M & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e(t) \\ v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_s(t) \end{bmatrix} \quad \text{oder} \quad \mathbf{T}\mathbf{w}(t) = \mathbf{u}(t)$$

Man bemerke, dass die Variablen A, M und N wiederum Matrizen darstellen. Die T-Matrix weist zudem immer quadratische Gestalt auf. Der Spannungsquellenvektor $u_s(t)$ kann auch Stromquellen beinhalten. Die Namensgebung ist ein wenig verwirrend.

Für die Bestimmung der M- und N-Matrix empfiehlt es sich, die Zweigggleichungen des gesamten Netzwerks aufzustellen.

Für dynamische Netzwerke erhalten wir differentielle Zweigggleichungen. Wir schreiben deshalb allgemein:

$$(\mathbf{M}_0\mathbf{D} + \mathbf{M}_1)\mathbf{v}(t) + (\mathbf{N}_0\mathbf{D} + \mathbf{N}_1)\mathbf{i}(t) = \mathbf{u}_s(t) \quad \text{mit dem Differentialoperator } D = \frac{\partial}{\partial t}$$

Die Tableau-Matrix ergibt dann:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & A \\ -A^T & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_0\mathbf{D} + \mathbf{M}_1 & \mathbf{N}_0\mathbf{D} + \mathbf{N}_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e(t) \\ v(t) \\ i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_s(t) \end{bmatrix}$$

Der grosse Nachteil der Tableau-Analyse besteht im sehr schnellen Anwachsen der Tableau-Matrix. Die Grösse der Tableau-Matrix sowie deren bestimmenden Faktoren sind im folgenden angegeben:

$[2b + (n-1)] \times [2b + (n-1)]$ -Matrix <i>b</i> : Anzahl KVL-Gleichungen (Maschengleichungen) <i>n</i> : Anzahl KCL-Gleichungen (Knotengleichungen)

Klein- und Grosssignalanalyse

Gültigkeit

Die Klein- und Grosssignalanalyse lässt sich bei jedem Netzwerk anwenden, bei dem die Signalquelle (oder AC-Quelle genannt) wesentlich kleiner ist als die DC-Quelle. Wir bezeichnen aus diesem Grund die Signalquelle als Kleinsignalquelle und die DC-Quelle als Grosssignalquelle. Es muss also gelten: $Q_{AC} \ll Q_{DC}$.

Merke: AC: Alternating Current, Wechselstrom DC: Direct Current, Gleichstrom

Grosssignalanalyse

- Alle AC-Quellen auf Null setzen.
- Alle Kapazitäten durch Leerläufe ersetzen.
- Alle Induktivitäten durch Kurzschlüsse ersetzen.
- AC-Spannungsquellen müssen durch Kurzschlüsse ersetzt werden.
- AC-Stromquellen müssen durch Leerläufe ersetzt werden.
- Alle 1-Tore müssen durch ihre nichtlinearen bzw. linearen Charakteristiken dargestellt werden.
- DC-Arbeitspunkt bestimmen.

- Graphische Methode: Arbeitspunkt entspricht dem Schnittpunkt der Charakteristik des Eintores und der Lastkurve des Biasnetzwerkes
- Analytische Methode: Gleichung des Biasnetzwerkes und Gleichung des Eintores ineinander einsetzen und physikalische Lösungen suchen

Kleinsignalanalyse

- Alle DC-Quellen auf Null setzen.
- DC-Spannungsquellen müssen durch Kurzschlüsse ersetzt werden.
- DC-Stromquellen müssen durch Leerläufe ersetzt werden.
- Nichtlineare 1-Tor- oder 2-Tor-Charakteristiken müssen im Arbeitspunkt linearisiert und durch ein lineares äquivalentes Netzwerk ersetzt werden.
- AC-Kleinsignale bestimmen. (Lösen der linearen Gleichungen)

Gesteuerte Quellen

- *CCVS*: Current Controlled Voltage Source; stromgesteuerte Spannungsquelle
- *CCCS*: Current Controlled Current Source; stromgesteuerte Stromquelle (z.B. Bipolartransistor)
- *VCVS*: Voltage Controlled Voltage Source; spannungsgesteuerte Spannungsquelle (z.B. Operationsverstärker)
- *VCCS*: Voltage Controlled Current Source; spannungsgesteuerte Stromquelle (z.B. Feldeffekttransistor)

	$f_1()$	$f_2()$
CCVS	$v_1=0$ i_1	$v_2=r_m i_1$
VCVS	v_1 $i_1=0$	$v_2=\mu v_1$
CCCS	$v_1=0$ i_1	$i_2=\alpha i_1$
VCCS	v_1 $i_1=0$	$i_2=g_m v_1$

Graphische Methode zur Bestimmung von v-i-Kennlinien

Vorgehen

- Geeignete graphische Approximation für ein entsprechendes Bauteil finden.
 - ➔ vertikale und horizontale Geraden für ideale Quellen
 - ➔ ‚Winkelstück‘ für Dioden
 - ➔ Gerade mit positiver Steigung für ohm'sche Widerstände
 - ➔ usw.
- Alle v-i-Kennlinien von jedem Bauteil einzeichnen.
- Anschliessend v-i-Kennlinien der Bauteile miteinander verknüpfen.
 - ➔ bei Serieschaltung: Addition entlang der v-Richtung
 - ➔ bei Parallelschaltung: Addition entlang der i-Richtung

Analyse von Netzwerken mit bereichsweise linearen Elementen

Hier müssen Fallunterscheidungen eingeführt werden!

Vorgehen

- Annahme eines bestimmten Zustands für das bereichsweise lineare Element
- Ersatzmodell einsetzen
- Berechnung der Netzwerkvariablen
- Frage: Existiert eine widerspruchsfreie Lösung?
 - Ja: Wir sind am Ziel. Der Gültigkeitsbereich muss noch festgelegt werden.
 - Nein: Prozedur nochmals wiederholen.

Bedeutung der Lösungen von dynamischen Netzwerken

Dynamische Netzwerke werden durch Differentialgleichungen (DGL) beschrieben. Die Lösung einer DGL besteht aus einem homogenen Teil und einem inhomogenen. Der inhomogene Teil wird auch als Störfunktion bezeichnet. Die Lösung der DGL kann als Superposition der Lösung des homogenen und des inhomogenen Teils aufgefasst werden. Dies entspricht aber auch der physikalischen Interpretation:

→ **Lösung des homogenen Teils (Zero-Input-Response):** Ist die Antwort des Netzwerks auf seine Anfangsbedingungen ohne Stimulus.

→ **Lösung des inhomogenen Teils (Partikulärlösung, Zero-State-Response):** Ist die Antwort des Systems auf den Stimulus, wenn die Anfangsbedingungen alle null wären. Die Partikulärlösung beschreibt also die Anregung des Systems, den Stimulus. In einem stabilen System repräsentiert die Partikulärlösung den stationären Zustand.

Dynamischer Pfad

Bei dynamischen Netzwerken ergibt sich das Problem der Stabilität. Insbesondere können die nichtlinearen Kennlinien Gebiete mit negativem differentiellen Widerstand enthalten. Diese negativen differentiellen Widerstände geben Anlass zu Instabilitäten, die schaltungstechnisch als Oszillatoren gorsse Bedeutung erlangt haben.

Um solche Instabilitäten zu erkennen, benötigen wir das Prinzip des Dynamischen Pfades.

Vorgehen

- Wir betrachten den Dynamischen Pfad von $i(t)$ und $v(t)$.
- Danach führen wir drei Fallunterscheidungen ein und betrachten das Verhalten der Strom-Spannung-Kennlinie. Dabei müssen die Abhängigkeiten beachtet werden!

$i(v(t)) = \dots$	$v(i(t)) = \dots$
$i > 0 \rightarrow v(t) ?$	$v > 0 \rightarrow i(t) ?$
$i = 0 \rightarrow v(t) ?$	$v = 0 \rightarrow i(t) ?$
$i < 0 \rightarrow v(t) ?$	$v < 0 \rightarrow i(t) ?$

- Wir erhalten somit Angaben über bestimmte Arbeitspunkte des Netzwerks:
 - stabiler Punkt
 - metastabiler Punkt: Im Punkt selbst ist die Schaltung stabil. Bewegt man sich jedoch weg von diesem Punkt, so wird die Schaltung instabil. Sprungphänomene können auftreten.
 - instabiler Punkt: In diesem Punkt kommt es zu Sprungverhalten (Oszillation).

Merke:

- bei Induktivitäten → Strom bleibt konstant! Spannung springt!
- bei Kapazitäten → Strom springt! Spannung bleibt konstant!

Schwingkreise (Dynamische Netzwerke 2. Ordnung)

RCL-Parallelschwingkreis

$$\ddot{i}_L + \frac{1}{R_p C} \cdot \dot{i}_L + \frac{1}{LC} \cdot i_L = \frac{1}{LC} \cdot i_s(t)$$

Die rechte Seite der Gleichung beschreibt die Anregung des Schwingkreises (hier durch eine Stromquelle). Ist $i_s(t) = 0$ so erhalten wir eine homogene DGL.

RCL-Serieschwingkreis

$$\ddot{v}_C + \frac{R_S}{L} \cdot \dot{v}_C + \frac{1}{LC} \cdot v_C = \frac{1}{LC} \cdot v_s(t)$$

Die rechte Seite der Gleichung beschreibt die Anregung des Schwingkreises (hier durch eine Spannungsquelle). Ist $v_s(t) = 0$ so erhalten wir eine homogene DGL.

Allgemeine Form der homogenen DGL

$$\ddot{x} + 2\alpha \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \alpha = \frac{R_S}{2L} = \frac{1}{2R_p C}$$

α : Dämpfungskonstante

ω_0 : Eigenfrequenz

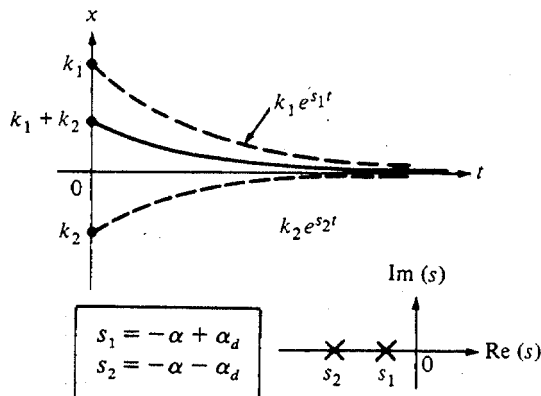
Lösungen der homogenen DGL

Table Zero-input response of $\ddot{x} + 2\alpha\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$; $\alpha \geq 0$ and $\omega_0^2 > 0$

1. *Overdamped Response* ($\alpha > \omega_0 > 0$)

$$x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

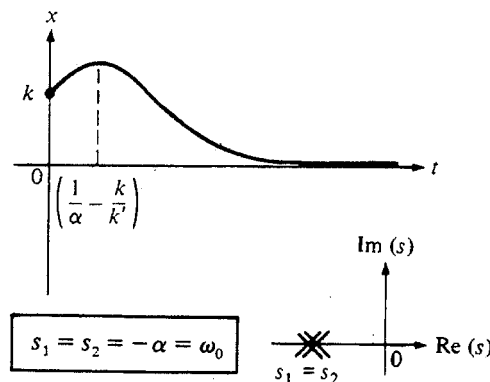
s_1 and s_2 are real numbers



2. *Critically Damped Response* ($\alpha = \omega_0 > 0$)

$$x(t) = (k + k't) e^{-\alpha t}$$

$s_1 = s_2$ is a real number



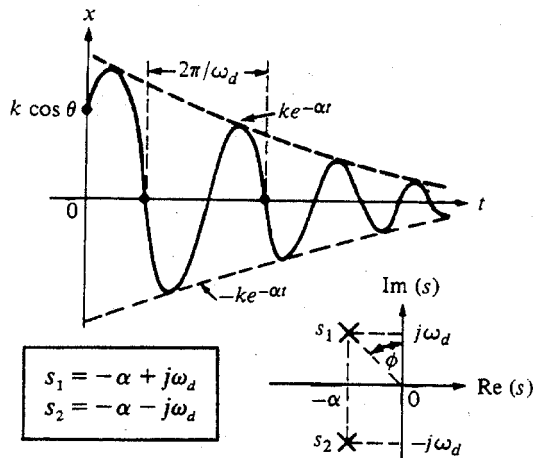
1 Überdämpfte aperiodische Schwingung

2 Kritisch gedämpfte aperiodische Schwingung

3. Underdamped Response ($0 < \alpha < \omega_0$)

$$x(t) = ke^{-\alpha t} \cos(\omega_d t - \theta)$$

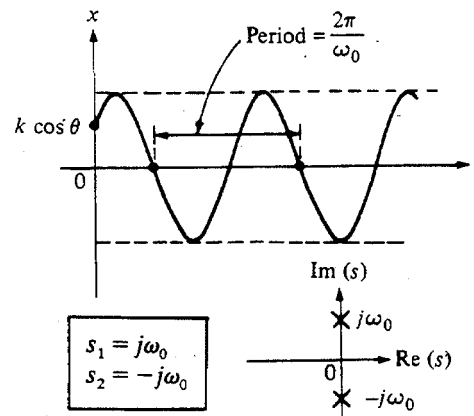
s_1 and s_2 are complex-conjugate numbers



4. Lossless Response ($\alpha = 0, \omega_0 > 0$)

$$x(t) = k \cos(\omega_0 t - \theta)$$

s_1 and s_2 are complex-conjugate imaginary numbers



3 Gedämpfte periodische Schwingung

4 Ungedämpfte, stationäre periodische Schwingung

Güte eines Schwingkreises

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \pi \cdot \frac{\tau}{T_0} \quad \tau = \frac{1}{\alpha}$$

T_0 : Periode der Schwingung

τ : Abklingzeitkonstante der Exponentialfunktion

Fallunterscheidungen

- $Q = \infty$ verlustloser Fall, stationärer Oszillator (4)
- $0.5 < Q < \infty$ gedämpfter periodischer Fall (3)
- $Q = 0.5$ kritisch gedämpfter Fall (2)
- $0 < Q < 0.5$ gedämpfter aperiodischer Fall (1)

Verstimmung

$$V = \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

Phasorendarstellung

Zeiger oder auf engl. phasor ist ein Hilfsmittel in der Netzwerkanalyse zur Veranschaulichung von Signalen, also von zeitvarianten Netzwerken. Da ein Signal nichts anderes ist als die Änderung der Amplitude A zu einer bestimmten Zeit t , lässt sich dieser Sachverhalt auch mit Hilfe der komplexen Ebene beschreiben.

$$\mathbf{A}(\phi) = \hat{A} \cdot e^{j\phi} = \hat{A} \cdot [\cos(\phi) + j\sin(\phi)] \quad \phi = \omega t \quad \hat{A}: \text{Scheitelwert des Signals}$$

Ein zeitlich abhängiges Signal wird also in ein phasenabhängiges Signal transformiert.

Die Phasordarstellung erlaubt es nicht nur harmonische Funktionen zu betrachten, sondern auch beliebige Signale können mit der Phasordarstellung umschrieben werden. Denn durch die Fourierreihenentwicklung eines bekannten Eingangssignals bzw. einer Eingangsfunktion

oder sogar die diskrete Fouriertransformation eines abgetasteten Eingangssignals erhalten wir wiederum harmonische Funktionen, die wir in Phasordarstellung schreiben können. Mit Phasoren lässt sich wie mit Vektoren rechnen. Insbesondere gilt die Vektoraddition und Subtraktion.

Beispiele

$$x_1(t) = A \cos(\omega t) = \operatorname{Re}[Ae^{j\omega t}]$$

$$x_2(t) = B \cos(\omega t) = \operatorname{Re}[Be^{j\omega t}]$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \operatorname{Re}[(A+B)e^{j\omega t}]$$

$$x_3(t) = C \sin(\omega t) = \operatorname{Im}[Ce^{j\omega t}]$$

Die Phasorendarstellung eignet sich besonders gut für graphische Analysen, da die Vektoraddition leicht graphisch durchgeführt werden kann. Die Winkel und Längen der resultierenden Phasoren müssen dann nur noch abgelesen werden.

Aber auch für Schwingkreise und somit für dynamische Netzwerke wird die Phasorendarstellung oft benutzt. Denn mit ihrer Hilfe lassen sich die relativ aufwendigen Differentialgleichungen in einfache Gleichungen transformieren. Dabei gilt folgende wichtige Beziehung:

Element	Zeitbereich	Phasordarstellung
Induktivität L	$v(t) = \frac{\partial i(t)}{\partial t} L$	$V = j\omega L I$
Kapazität C	$i(t) = \frac{\partial v(t)}{\partial t} C$	$I = j\omega C V$

Dabei ergibt sich für die Impedanz (komplexer Widerstand):

$$Z = \frac{V}{I} = j\omega L = \frac{1}{j\omega C}$$

Analog ergibt sich für die Admittanz (komplexer Leitwert):

$$Y = \frac{I}{V} = j\omega C = \frac{1}{j\omega L}$$

Somit lässt sich mit Phasoren rechnen wie mit normalen Widerständen bzw. Leitwerten. Die Regeln für das Zusammenfassen von Widerständen bzw. Leitwerten in Parallel- und Serieschaltung gilt hier ebenfalls.

Bode-Diagramm

Um das Frequenzverhalten eines Netzwerks zu erörtern, benutzt man häufig das Bode-Diagramm. Ausgangspunkt bildet eine Übertragungsfunktion $H(j\omega)$, eine Input-Output-Beziehung der Form:

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

Um das Frequenzverhalten zu erörtern, erweist sich die Phasordarstellung als sehr hilfreich. Die Übertragungsfunktion wird also in Phasordarstellung geschrieben. Das Bode-Diagramm besteht aus zwei Diagrammen:

- *Phasendiagramm*: Phasengang der Übertragungsfunktion
- *Amplitudendiagramm*: Amplitudengang des Betrags der Übertragungsfunktion in Dezibel

Auf der Abszisse (x-Achse) wird in beiden Fällen die Frequenz logarithmisch aufgetragen:
 $\log(\omega)$

Beim Amplitudendiagramm wird auf der Ordinate (y-Achse) der Betrag der Übertragungsfunktion in Dezibel [dB] aufgetragen:

$$20 \log(|H(j\omega)|)$$

Beim Phasendiagramm wird auf der Ordinate (y-Achse) der Winkel in Grad [°] oder in Rad [rad] angegeben.

Übertragungsfunktionen mit n dynamischen Gliedern (Kapazitäten und Induktivitäten) werden als Übertragungsfunktionen n-ter Ordnung bezeichnet.

Amplitudendiagramme bestimmen

Zuerst empfiehlt es sich, die Regeln des Logarithmierens in Erinnerung zu rufen. Für das Amplitudendiagramm bedeutet dies folgendes:

$$20 \log|H(j\omega)| = 20 \log\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = 20[\log(Z_1) - 20 \log(Z_2)]$$
$$20 \log|H(j\omega)| = 20 \log(Z_1 \cdot Z_2) = 20[\log(Z_1) + 20 \log(Z_2)]$$

Mit dieser Hilfe lassen sich Übertragungsfunktionen n-ter Ordnung auf solche erster Ordnung reduzieren. Dies vereinfacht das Zeichnen, da die einzelnen Übertragungsfunktionen erster Ordnung gemäss ihrem Verlauf addiert werden können. Im folgenden sind die wichtigsten Übertragungsfunktionen erster Ordnung aufgelistet.

$$H(j\omega) = 1 + j\omega/\omega_c \quad (A)$$

- Amplitudendiagramm: horizontale Kurve mit Funktionswert 0dB vom Ursprung (1,0) bis zur Knickfrequenz ω_c ; anschliessend Knick nach oben mit Steigung 20dB/Dekade
- Phasendiagramm: dreht von 0° nach +90°; Mitte der Kurve bei ω_c ; s-förmiger Verlauf

$$H(j\omega) = (1 + j\omega/\omega_c)^{-1} \quad (B)$$

- Amplitudendiagramm: horizontale Kurve mit Funktionswert 0dB vom Ursprung (1,0) bis zur Knickfrequenz ω_c ; anschliessend Knick nach unten mit Steigung -20dB/Dekade
- Phasendiagramm: dreht von 0° nach -90°; Mitte der Kurve bei ω_c ; s-förmiger Verlauf

$$H(j\omega) = j\omega \quad (\text{Differenzierglied})$$

- Amplitudendiagramm: Kurve mit Steigung 20dB/Dekade nach oben im Ursprung (1,0)
- Phasendiagramm: konstant bei 90°

$$H(j\omega) = (j\omega)^{-1} \quad (\text{Integrierglied})$$

- Amplitudendiagramm: Kurve mit Steigung -20dB/Dekade nach unten im Ursprung (1,0)
- Phasendiagramm: konstant bei -90°

$$H(j\omega) = j\omega/\omega_c$$

- Amplitudendiagramm: Kurve mit Steigung 20dB/Dekade im Punkt ($\omega_c, 0$)
- Phasendiagramm: konstant bei +90°

$$H(j\omega) = (j\omega/\omega_c)^{-1}$$

- Amplitudendiagramm: Kurve mit Steigung -20dB/Dekade im Punkt $(\omega_c, 0)$
- Phasendiagramm: konstant bei -90°

Phasendiagramme bestimmen

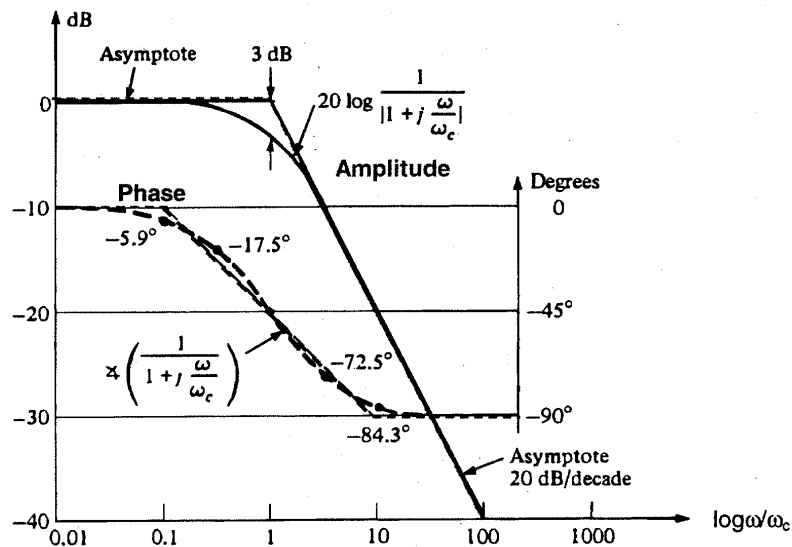
Hier empfiehlt es sich, folgende Regeln anzuwenden:

$$\arg(H(j\omega)) = \arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = \arg\left(\frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2}\right) = \arctan\left(\frac{b_1}{a_1}\right) - \arctan\left(\frac{b_2}{a_2}\right)$$

$$\arg(H(j\omega)) = \arg(Z_1 \cdot Z_2) = \arg((a_1 + jb_1) \cdot (a_2 + jb_2)) = \arctan\left(\frac{b_1}{a_1}\right) + \arctan\left(\frac{b_2}{a_2}\right)$$

Der Winkel einer Übertragungsfunktion ist also nichts anderes als das Winkelargument des Zählers minus jenes des Nenners.

Beim Zeichnen ist es ratsam, zuerst das totale Winkelintervall festzulegen: Bei welcher Phase beginnt die Übertragungsfunktion? Bei welcher endet sie? – Danach werden die einzelnen Übertragungsfunktionen erster Ordnung eingezeichnet und gemäss ihrem Verlauf addiert. Für die Übertragungsfunktionen A und B (siehe oben) gilt das folgende Schema:



Der Phasengang der Übertragungsfunktion B ergibt sich, indem wir eine Gerade im Intervall von 0° bis -90° durch die Knickfrequenz bei 45° gemäss der oberen Abbildung einzeichnen. Dasselbe gilt für die Übertragungsfunktion A. Bei ihr muss man die obere Abbildung an der Abszisse spiegeln. Sie dreht von 0° nach $+90^\circ$. Die Steigung der Gerade wird positiv!

3-dB-Grenzfrequenz

Man bezeichnet die Frequenzen ω bei denen der $|H(j\omega)|$ auf den Wert $1/\sqrt{2}$ abgesunken ist bzw. auf den Wert $\sqrt{2}$ angestiegen ist als 3-dB-Grenzfrequenzen.

Nyquist-Darstellung

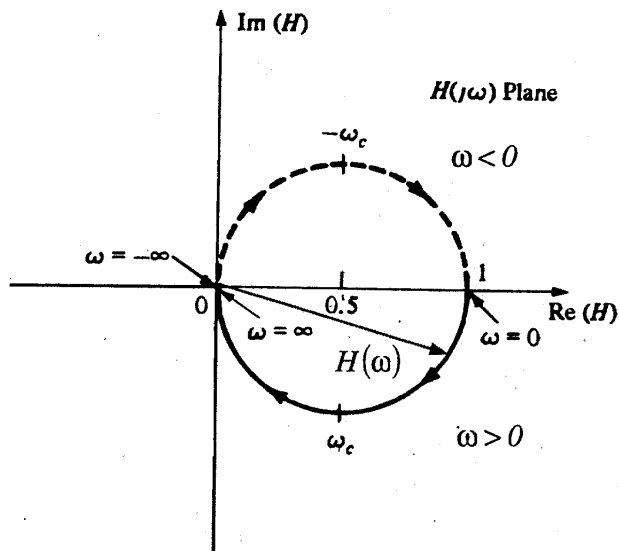
Die Nyquist-Darstellung stellt die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ in der komplexen H-Ebene dar. Diese Darstellung eignet sich vorallem für Aussagen zur Stetigkeit einer Übertragungsfunktion. Polstellen können hier sichtbar gemacht werden. Dies ist vorallem für Schwingkreise (z.B. Oszillatoren) von grosser Bedeutung. Bei anderen Übertragungsfunktionen möchte man solche oszillatorischen Effekte vermeiden. Auch dafür ist diese Darstellung geeignet.

Vorgehen

Die Übertragungsfunktion muss mathematisch in Real- und Imaginärteil zerlegt werden. Die Ordinate beschreibt den Verlauf des Imaginärteils, während die Abszisse den Verlauf des Realteils beschreibt. Die Frequenz ω dient als Parameter.

$x = \text{Re}\{H(j\omega)\}$	Abszisse
$y = \text{Im}\{H(j\omega)\}$	Ordinate

Anschliessend muss überlegt werden, was für einen Verlauf die Funktion aufweist. Dies ergibt meist kreisförmige oder ellipsenförmige Bahnen. Dies zeigt das folgende Beispiel eines Tiefpassfilters:



Ausgangs- und Eingangsimpedanz

Hier wird das Kleinsignalersatzschaltbild verwendet.

Eingangsimpedanz bestimmen

Der Ausgangsstrom i_{out} wird auf null gesetzt.

$$R_{in} = \frac{v_{in}}{i_{in}} \Big|_{i_{out}=0}$$

Ausgangsimpedanz bestimmen

Der Eingangsstrom i_{in} wird auf null gesetzt.

$$R_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} \Big|_{i_{in}=0}$$

Verstärkungsfaktoren

Hier wird das Kleinsignalersatzschaltbild verwendet.

Stromübertragungsfaktor / Stromverstärkung

Die Ausgangsspannung v_{out} wird auf null gesetzt.

$$V_i = \frac{i_{out}}{i_{in}} \Big|_{v_{out}=0}$$

Spannungsübertragungsfaktor / Spannungsverstärkung

Der Eingangsstrom i_{out} wird auf null gesetzt.

$$V_u = \frac{v_{out}}{v_{in}} \Big|_{i_{out}=0}$$

Leistungsübertragungsfaktor / Leistungsverstärkung

$$V_p = \frac{P_{out}}{P_{in}} = V_u \cdot V_i$$

Prinzip der Zustandsvariablen

Ein Netzwerk besitze n lineare¹ dynamische Glieder (Kapazitäten und Induktivitäten). Dann gibt es genau n Zustandsvariablen, die das Netzwerk wie folgt beschreiben:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial t} \\ \frac{\partial x_2}{\partial t} \\ \dots \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \end{pmatrix} + B$$

Die Matrix A beschreibt die Parameter der Zustandsvariablen x_1, x_2, \dots . Der Spaltenvektor B beinhaltet konstante Glieder.

Lösung eines Systems von inhomogenen DGLs 1. Ordnung:

→ siehe ‚Mathematische Methoden‘

¹ L und C sind nicht von der Zeit abhängig.

Literaturangabe

Diese Zusammenfassung beinhaltet Bilder und Quellen der Vorlesung *Netzwerke und Schaltungen I* von Prof. Fröhlich sowie der Vorlesung *Netzwerke und Schaltungen II* von Prof. Jäckel. Zudem enthält sie Bilder und Quellen des Taschenbuches *Elektrotechnik und Elektronik*, erschienen im Fachbuchverlag Leipzig.

Inhaltsverzeichnis

<i>Einteilung der Netzwerke</i>	1
<i>Digraph eines Netzwerks</i>	1
<i>Kirchhoff'sches Stromgesetz (Kirchhoff Current Law, KCL)</i>	1
<i>Tellegen's Theorem</i>	2
<i>Kirchhoff'sches Spannungsgesetz (Kirchhoff Voltage Law, KVL)</i>	2
<i>Eigenschaften von linearen und dynamischen Netzwerken</i>	2
<i>Tableau-Analyse</i>	2
<i>Klein- und Grosssignalanalyse</i>	3
<i>Gesteuerte Quellen</i>	4
<i>Graphische Methode zur Bestimmung von v-i-Kennlinien</i>	4
<i>Analyse von Netzwerken mit bereichsweise linearen Elementen</i>	5
<i>Bedeutung der Lösungen von dynamischen Netzwerken</i>	5
<i>Dynamischer Pfad</i>	5
<i>Schwingkreise (Dynamische Netzwerke 2. Ordnung)</i>	6
<i>Phasorendarstellung</i>	7
<i>Bode-Diagramm</i>	8
<i>Nyquist-Darstellung</i>	11
<i>Ausgangs- und Eingangsimpedanz</i>	11
<i>Verstärkungsfaktoren</i>	12
<i>Prinzip der Zustandsvariablen</i>	12