

Formelsammlung

Elektronik – Elektrotechnik

von Stephan Senn

Einige wichtige abgeleitete Einheiten

Grösse:	Name:	Zeichen:	Beziehung:
Raumwinkel	Steradian	sr	$1\text{sr} = 1\text{m}^2/\text{m}^2$
Aktivität	Becquerel	Bq	$1\text{Bq} = 1\text{s}^{-1}$
Druck, mechanische Spannung	Pascal	Pa	$1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$
Arbeit, Energiemenge	Joule	J	$1\text{J} = 1\text{Nm} = 1\text{Ws}$
Leistung, Energiestrom	Watt	W	$1\text{W} = 1\text{J}/\text{s}$
Energiedosis	Gray	Gy	$1\text{Gy} = 1\text{J}/\text{kg}$
elektr. Ladungsmenge	Coulomb	C	$1\text{C} = 1\text{As}$
elektr. Spannung	Volt	V	$1\text{V} = 1\text{J}/\text{C}$
elektr. Kapazität	Farad	F	$1\text{F} = 1\text{C}/\text{V}$
elektr. Leitwert	Siemens	S	$1\text{S} = 1\Omega^{-1}$
magnet. Fluss	Weber	Wb	$1\text{Wb} = 1\text{Vs} = \text{Nm}/\text{A}$
magnet. Flussdichte	Tesla	T	$1\text{T} = 1\text{Wb}/\text{m}^2 = 1\text{Vs}/\text{m}^2 = 1\text{N}/\text{Am}$
Induktivität	Henry	H	$1\text{H} = 1\text{Wb}/\text{A}$
Lichtstrom	Lumen	lm	$1\text{lm} = \text{cd}\cdot\text{sr}$
Beleuchtungsstärke	Lux	lx	$1\text{lx} = 1\text{lm}/\text{m}^2$
elektr. Feldstärke	-	-	$1\text{N}/\text{C} = 1\text{V}/\text{m}$

SI-Vorsätze

Zehnerpotenz 10^x :	Name:	Abkürzung:
-24	Yocto	y
-21	Zepto	z
-18	Atto	a
-15	Femto	f
-12	Piko	p
-9	Nano	n
-6	Mikro	μ
-3	Milli	m
-2	Zenti	c
-1	Dezi	d
1	Deka	da
2	Hekto	h
3	Kilo	k
6	Mega	M
9	Giga	G
12	Tera	T
15	Peta	P
18	Exa	E
21	Zetta	Z
24	Yotta	Y

Elektronik

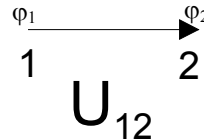
- Ohm'sches Gesetz: $U = R \cdot I$
- Stromstärke:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad I = \int \vec{S} \cdot d\vec{A} \quad I = S \cdot A \quad (\text{Nur in drahtförmigen Leitern anwendbar!})$$

S: Stromdichte in $[A/m^2]$

- Spannung:

$$U = \frac{W}{\Delta Q} \quad U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{W_{12}}{Q}$$



- Widerstand:

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} \quad R = \rho \cdot \int_0^L \frac{dl}{A(l)} \quad \kappa = \frac{1}{\rho}$$

$$R_T = R_{20} + \alpha \cdot R_{20} \cdot (\Delta T - 20)$$

ρ : spezifischer elektrischer Widerstand in $[\Omega m]$

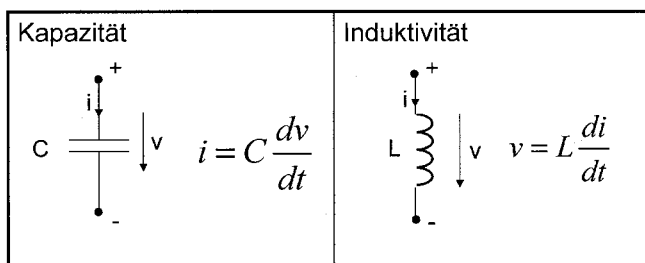
α : Temperaturbeiwert in $[K^{-1}]$

κ : elektrische Leitfähigkeit in $[1/\Omega m]$

- Leitwert:

$$G = \frac{1}{R} \quad [G] = S \quad (\text{S: Siemens})$$

- Kapazität und Induktivität:



- Energie:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t) \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

- Verhältnisse von Leistungen und Spannungen in Dezibel [dB]:

$$v = 10 \log(P_1/P_2) \quad v = 20 \log(U_1/U_2)$$

- Lautstärke in Dezibel (dB):

$$L = 10 \log\left(\frac{J}{J_0}\right) \quad J = \frac{P}{A} \quad J_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

J_0 : Sensitivitätsgrenze des menschl. Ohrs

A: Fläche

Serie- und Parallelschaltung von Widerständen

- Serieschaltung:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

- Parallelschaltung:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad R_{\text{tot}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)^{-1}$$

DC-Anteil ermitteln

DC: Direct Current, Gleichstrom
AC: Alternating Current, Wechselstrom

- Reine Wechselspannung, reiner Wechselstrom:

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt = 0 \quad \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t) dt = 0$$

- Mischspannung, Mischstrom:

Die Gesamtspannung bzw. der Gesamtstrom besteht aus AC- und DC-Anteilen.

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) dt = u_{\sim} \quad \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t) dt = i_{\sim}$$

$$u(t) = u_{\sim} + u_{\sim} \quad i(t) = i_{\sim} + i_{\sim}$$

u_{\sim} : Gleichspannungsanteil u_{\sim} : Wechselspannungsanteil
 i_{\sim} : Gleichstromanteil i_{\sim} : Wechselstromanteil

Leistungsbetrachtungen

- Für lineare Betrachtungen gilt:

$$P = U \cdot I \quad P = \frac{U^2}{R} \quad P = R \cdot I^2$$

- Momentane Leistung (Augenblicksleistung):

Bei sinusförmigem Kvenverlauf gilt:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \phi) = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cdot (\cos(\phi) - \cos(2\omega t - \phi))$$

$\phi = 0$: Wirkwiderstand (Strom und Spannung in Phase)
 $\phi > 0$: kapazitiver Widerstand (Voreilen der Spannung)
 $\phi < 0$: induktiver Widerstand (Voreilen des Stromes)

- Effektivwert eines Wechselstromes oder einer Wechselspannung bei beliebiger Kurvenform:

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt \right)} \quad U_{\text{eff}} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2 dt \right)}$$

- Effektivwerte bei sinusförmiger Kurvenform:

$$I_{\text{eff}} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \quad U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \quad (\text{oft auch nur mit Grossbuchstaben gekennzeichnet})$$

- Leistung P in Phasordarstellung (Komplexer Leistungsbegriff):

$$P = u \cdot i^* = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot e^{j\phi_u} \cdot e^{-j\phi_i} = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot e^{j\phi_u - j\phi_i}$$

u: komplexe Spannung

i*: komplex konjugierter Strom

P: komplexe Leistung

- Wirkleistung:

$$p_w = \operatorname{Re}\{P\}$$

- Blindleistung:

$$p_B = \operatorname{Im}\{P\}$$

- Scheinleistung:

$$p_S = |P|$$

Diese Darstellungsform gilt nur bei sinusförmigem Kurvenverlauf.

- Mittlere Leistungen:

- Mittlere Wirkleistung:

$$\bar{p}_w = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} \cdot \cos(\phi) \quad (\text{oft mit P abgekürzt})$$

- Mittlere Blindleistung:

$$\bar{p}_B = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} \cdot \sin(\phi) \quad (\text{oft mit Q abgekürzt})$$

- Mittlere Scheinleistung:

$$\bar{p}_S = I_{\text{eff}} \cdot U_{\text{eff}} = \sqrt{\bar{p}_w^2 + \bar{p}_B^2} \quad (\text{oft mit S abgekürzt})$$

ϕ bezeichnet die Phasenverschiebung.

- Leistungsanpassungsgesetz:

Die Impedanz der Last Z_L und die Innenimpedanz der Quelle Z_Q müssen folgende Bedingung erfüllen: $Z_L = \bar{Z}_Q$

(Die komplexe Impedanz Z_L ist gleich der komplex konjugierten Impedanz Z_Q .)

Elektrostatik

- Ladung: $Q = n \cdot e$ $Q = C \cdot U$

- elektrische Feldstärke (allgemein):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \quad \vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} \quad \vec{E} = \rho \cdot \vec{S} \quad U = \int_{r_1}^{r_2} E(r) dr$$

- elektrische Feldstärke im homogenen Feld:

$$\vec{E} = \frac{\vec{U}}{d}$$

- Coulomb'sches Gesetz:

$$\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}$$

Serie- und Parallelschaltung von Kondensatoren

- Serieschaltung von Kondensatoren:

$$C_{\text{tot}} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)^{-1} \quad \text{Ladung: konstant} \quad \text{Spannung: variabel}$$

- Parallelschaltung von Kondensatoren:

$$C_{\text{tot}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad \text{Ladung: variabel} \quad \text{Spannung: konstant}$$

Energiebetrachtungen im elektrischen Feld

- Allgemein gilt:

$$W = \frac{C \cdot U^2}{2} \quad W_{12} = Q \cdot \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Im homogenen Feld gilt:

$$W = \frac{Q_0 \cdot Q}{\epsilon_0 \cdot A} \cdot d$$

- Im radialsymmetrischen Feld gilt:

$$W = \frac{Q_0 \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Elektromagnetismus

- Biot-Savart-Kraft:

$$F = I \cdot (d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

- Lorenzkraft:

$$F = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E}$$

- magnetischer Fluss:

$$\phi = L \cdot I$$

- Energie im magnetischen Feld:

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

- magnetische Flussdichte und induzierte Spannung in einem geraden Leiter:

$$B = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \mu_0 \quad (\text{unendlich lang}) \quad U_{\text{ind}} = -v \cdot B \cdot \ell \cdot \sin(\alpha)$$

- induzierte Spannung:

$$U_{\text{ind}} = - \left(\frac{d\phi}{dt} \right)$$

- Induktivität und magnetische Flussdichte einer langen Spulen:

$$L \approx \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{n^2}{\ell} \cdot A \quad B = \frac{I \cdot n}{\ell} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r$$

n: Windungen

A: Querschnitt

l: Länge

Konstanten und Umrechnungen

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

$$g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$J_s = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$$

$$1 \text{ PS} = 0.736 \text{ kW}$$

$$1 \text{ Phon} = 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$0^\circ \text{ C} = 273.16 \text{ K}$$

$$k = 1.3807 \cdot 10^{-23} \cdot \frac{\text{VAs}}{\text{K}}$$

$$\alpha_{\text{rad}} = \alpha_{\text{grad}} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$\alpha = \tan(\alpha) = \sin(\alpha) \quad (\alpha < 10\%)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

I_s : Schmerzgrenze des menschl. Gehörs

k : Boltzmann-Konstante

e : Elementarladung

Elektronische Bauteile

Shockley Modell der Diode

$$I_D = I_s \cdot (e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1)$$

$$U_T = \frac{k \cdot T}{e}$$

$$U_T(T=20^\circ \text{ C}) = 0.0252631 \text{ V}$$

I_s : Sperrstrom

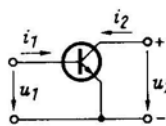
T : absolute Temperatur (in Kelvin)

e : Elementarladung (Betrag der Ladung eines Elektrons)

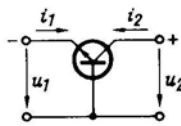
U_T : Temperaturspannung

k : Boltzmann-Konstante

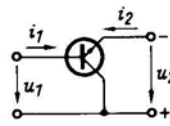
Grundschaltungen von Transistoren



Darstellung der Emitterschaltung in Datenbüchern



Schema der Basis-schaltung



Schema der Kollektor-schaltung

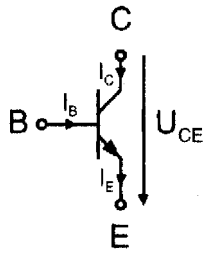
Verstärkerschaltung

- Phasendrehung des Signals um 180° (negative Übertragungsfunktion)
- Verstärkungsfaktor grösser als 1
- hohe Ausgangsimpedanz (im $\text{k}\Omega$ -Bereich)

Bufferschaltung

- Verstärkungsfaktor kleiner als 1
- keine Phasendrehung (positive Übertragungsfunktion)
- tiefe Ausgangsimpedanz (im Ω -Bereich)

Bipolartransistor



C: Kollektor

I_C : Kollektorstrom

B: Basis

I_B : Basisstrom

E: Emitter

I_E : Emitterstrom

$$I_E = I_C + I_B$$

$$I_{C0} = \beta \cdot I_B$$

$$I_C = \left(1 + \frac{U_{CE}}{U_A}\right) \cdot \beta \cdot I_B$$

U_A : Early-Spannung

Ebers-Moll-Gleichungen in Basisschaltung

$$i_e = -I_{ES} \cdot \left(e^{\frac{-V_{eb}}{V_T}} - 1\right) + \alpha_R \cdot I_{CS} \cdot \left(e^{\frac{-V_{eb}}{V_T}} - 1\right)$$

$$i_c = \alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left(e^{\frac{-V_{eb}}{V_T}} - 1\right) + I_{CS} \cdot \left(e^{\frac{-V_{eb}}{V_T}} - 1\right)$$

I_{ES} : Sperrstrom der BE-Diode

α_F : Vorwärts-Transportfaktor (ca. 1)

I_{CS} : Sperrstrom der BC-Diode

α_R : Rückwärts-Transportfaktor (ca. 0,7-0,8)

V_T : Thermospannung (26mV bei Raumtemperatur)

Ebers-Moll-Gleichungen in Emitterschaltung

$$i_b = (1 - \alpha_F) \cdot I_{ES} \cdot \left(e^{\frac{V_{be}}{V_T}} - 1\right) + (1 - \alpha_R) \cdot I_{CS} \cdot \left(e^{\frac{V_{be} - V_{ce}}{V_T}} - 1\right)$$

$$i_c = \alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left(e^{\frac{V_{be}}{V_T}} - 1\right) + I_{CS} \cdot \left(e^{\frac{V_{be} - V_{ce}}{V_T}} - 1\right)$$

I_{ES} : Sperrstrom der BE-Diode

α_F : Vorwärts-Transportfaktor (ca. 1)

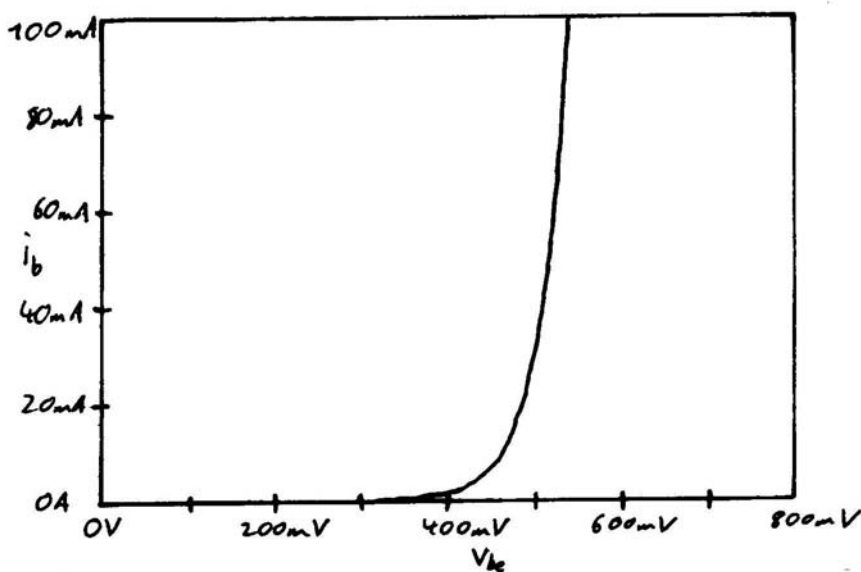
I_{CS} : Sperrstrom der BC-Diode

α_R : Rückwärts-Transportfaktor (ca. 0,7-0,8)

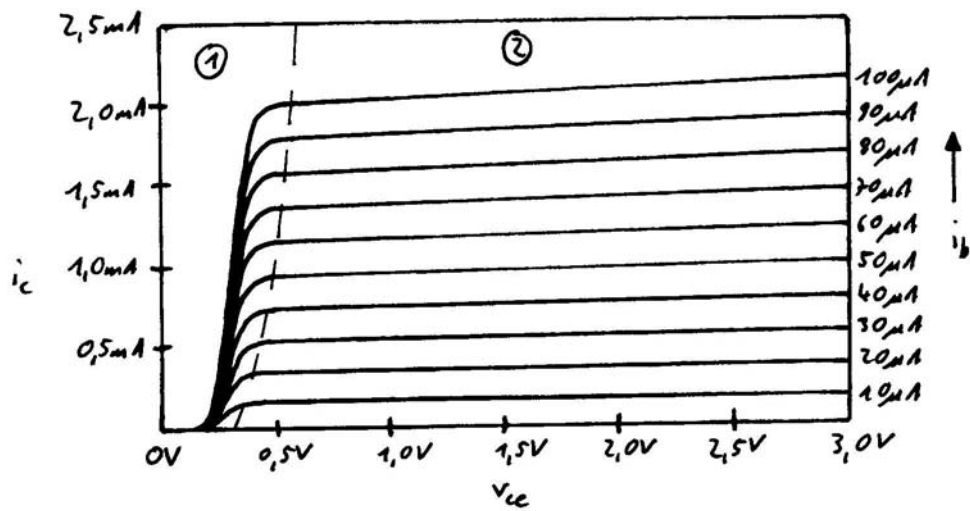
V_T : Thermospannung (26mV bei Raumtemperatur)

Kennlinien

NPN-Bipolartransistor, v_{be} - i_b -Kennlinie

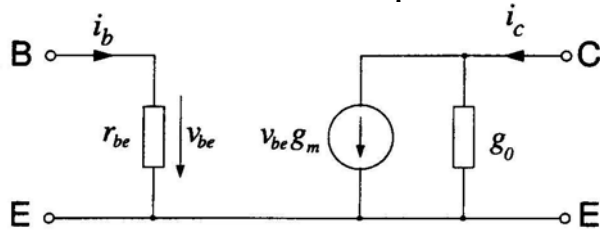


NPN-Bipolartransistor, v_{ce} - i_c -Kennlinie in Abhängigkeit von i_b

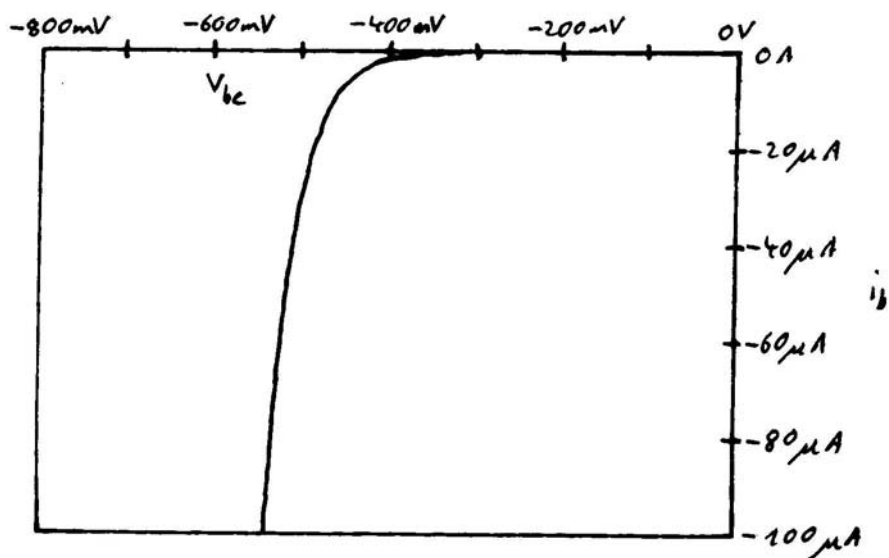


1) Sättigungsbereich 2) Vorwärtsaktiver Bereich

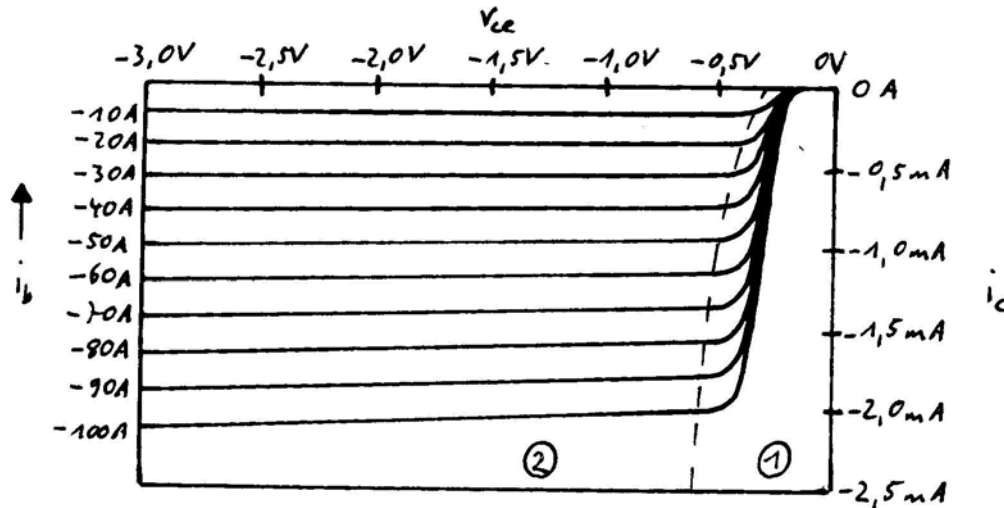
Ersatzschaltbild für NPN- und PNP-Bipolartransistoren



PNP-Bipolartransistor, v_{be} - i_b -Kennlinie

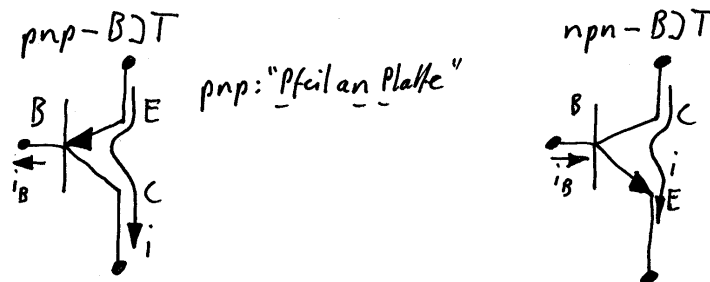


NPN-Bipolartransistor, v_{ce} - i_c -Kennlinie in Abhängigkeit von i_b



1) Sättigungsbereich 2) Vorwärtsaktiver Bereich

Ersatzschaltbild für Bipolartransistoren



Feldeffekttransistor

Es gilt: $i_g = 0^1$ $V_P = v_{gs} - V_{th}$

Fallunterscheidungen

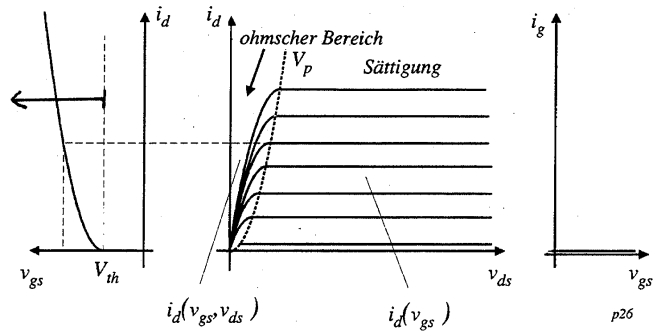
- **cut-off-Bereich (Sperrbereich):** $v_{gs} < V_{th}$
 $i_d = i_s = 0$
- **Sättigungsbereich:** $v_{gs} > V_{th}$ und $v_{ds} > V_P$
 $i_d = i_s = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (v_{gs} - V_{th})^2$
- **ohm'scher Bereich:** $v_{gs} > V_{th}$ und $v_{ds} < V_P$
 $i_d = i_s = K \cdot ((v_{gs} - V_{th}) \cdot v_{ds} - \frac{1}{2} \cdot v_{ds}^2)$

V_P : pinch-off-Spannung
 V_{th} : Threshold-Spannung
 v_{gs} : Gate-Source-Spannung
 v_{ds} : Drain-Source-Spannung
 K : Konstante

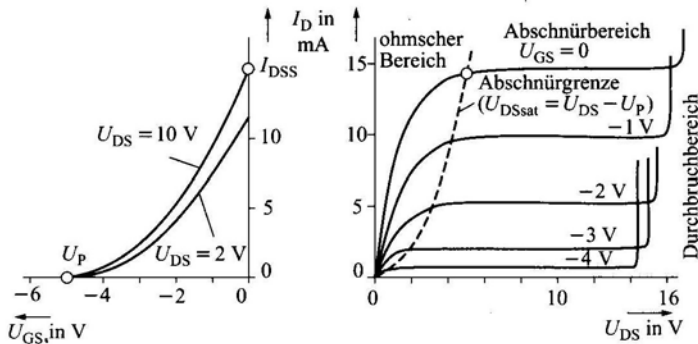
¹ Gilt auch beim Kleinsignalverhalten!

Kennlinien Allgemein

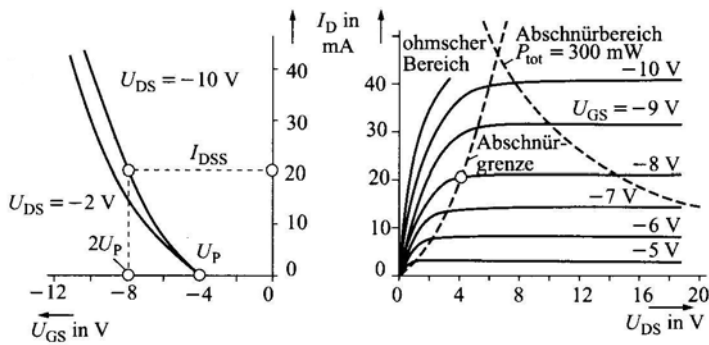
Transfercharakteristik: Ausgangscharakteristik: Eingangsscharakteristik:



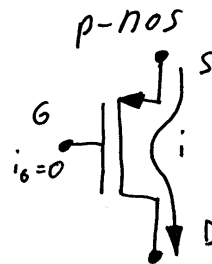
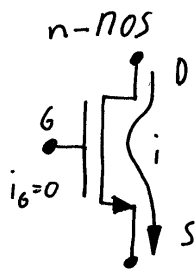
N-MOS-Transistor



P-MOS-Transistor

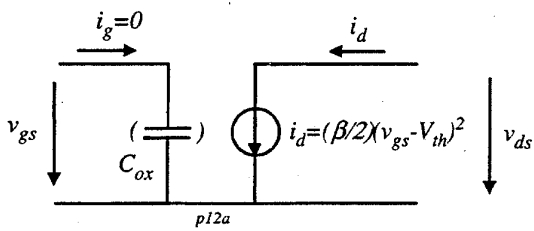


Ersatzschaltbild für Feldeffekttransistoren

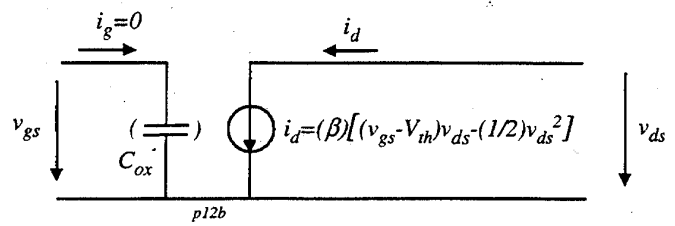


Ersatzschaltbild für N- und P-MOS-Feldeffekttransistors

Sättigungsbereich:



ohm'scher Bereich:



Kondensator

Plattenkondensator aus n Metallplatten

$$C = (n - 1) \cdot \left(\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \right)$$

$$E = \frac{Q_0}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}$$

Kuglkondensator

$$C = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)^{-1}$$

$$E = \frac{Q_0}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r^2 \cdot 4 \cdot \pi}$$

Ladung / Entladung eines Kondensators

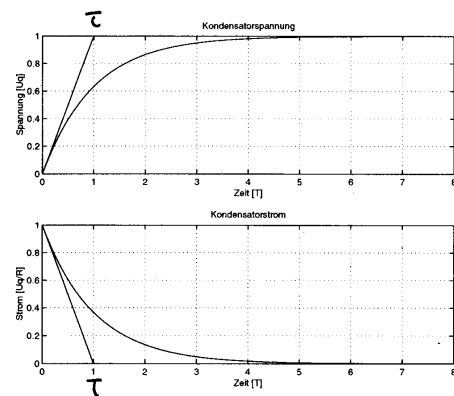
- Ladung: $U_C(t) = -U_q \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} + U_q$
- Entladung: $U_C(t) = U_q \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$

$\tau = R \cdot C$ (Abschnitt auf der Zeit-Achse)

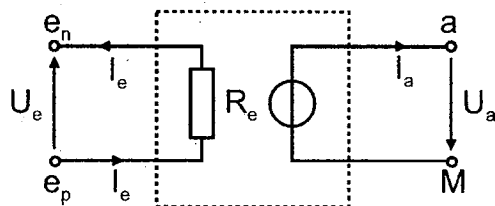
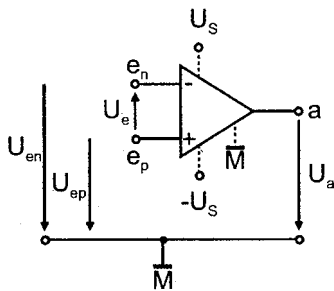
U_q : Quellenspannung

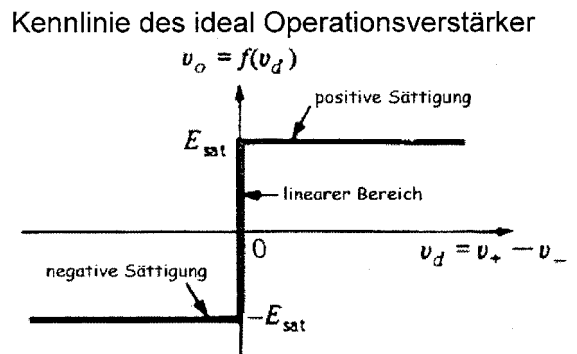
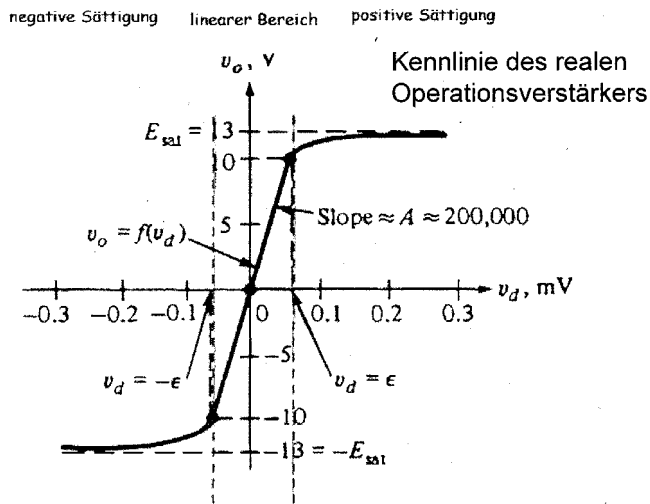
R: Vorwiderstand

C: Kapazität des Kondensators



Operationsverstärker





Linearer Bereich	+ Sättigung	- Sättigung
$-E_{Sat} < v_o < E_{Sat}$ $i_- = 0$ $i_+ = 0$ $v_d = 0$	$v_d = v_+ - v_- > 0$ $i_- = 0$ $i_+ = 0$ $v_o = E_{Sat}$	$v_d = v_+ - v_- < 0$ $i_- = 0$ $i_+ = 0$ $v_o = -E_{Sat}$

Transformator

Für einen idealen Transformator gilt:

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{n_P}{n_S} \quad \frac{I_P}{I_S} = \frac{n_S}{n_P}$$

Literaturangabe

Diese Zusammenfassung beinhaltet Bilder und Quellen der Vorlesung *Netzwerke und Schaltungen I* von Prof. Fröhlich sowie der Vorlesung *Netzwerke und Schaltungen II* von Prof. Jäckel. Zudem enthält sie Bilder und Quellen des Taschenbuches *Elektrotechnik und Elektronik*, erschienen im Fachbuchverlag Leipzig.

Inhaltsverzeichnis

<i>Einige wichtige abgeleitete Einheiten</i>	1
<i>SI-Vorsätze</i>	1
<i>Elektronik</i>	2
<i>Serie- und Parallelschaltung von Widerständen</i>	3
<i>DC-Anteil ermitteln</i>	3
<i>Leistungsbetrachtungen</i>	3
<i>Elektrostatik</i>	4
<i>Serie- und Parallelschaltung von Kondensatoren</i>	5
<i>Energiebetrachtungen im elektrischen Feld</i>	5
<i>Elektromagnetismus</i>	5
<i>Konstanten und Umrechnungen</i>	6
<i>Elektronische Bauteile</i>	6